L'enseignement et l'apprentissage par la résolution de problèmes mathématiques: quelles stratégies privilégier?

Thomas Rajotte
Professeur
UQAT
thomas.rajotte@uqat.ca

L'enseignement et l'apprentissage de la résolution de problèmes constituent la pierre angulaire du curriculum scolaire en mathématiques. Peu importe l'ordre d'enseignement, la résolution de problèmes est omniprésente dans la pédagogie des enseignants québécois. À ce sujet, le Conseil national des enseignants de mathématiques (NCTM, 2000) soutient que cette compétence constitue un point essentiel sur lequel plusieurs pédagogues doivent s'investir.

George Polya (1945) est l'un des plus grands mathématiciens à avoir vanté l'approche des mathématiques par la résolution de problèmes. Son analyse des étapes du processus de recherche en résolution de problèmes a inspiré l'essentiel de ce que l'on enseigne aujourd'hui dans le milieu scolaire (Small, 2008). Tel que représenté dans le tableau 1, le modèle de recherche proposé par Polya définit la résolution de problèmes en quatre étapes distinctes.

Modèle de résolution de problèmes élaboré par Polya	
Étape 1	Comprendre le problème
Étape 2	Concevoir un plan
Étape 3	Mettre le plan à exécution
Étape 4	Faire une vérification des résultats

Fig. 1 - *Exemple d'un modèle « Ce que je sais, ce que je cherche »*

Au Québec, l'influence de Polya s'est traduite par une utilisation grandissante de la démarche « Ce que je sais, ce que je cherche ». En référant à la figure 1, cette démarche implique implicitement la mise en œuvre des étapes 2 à 4 du modèle de Polya en demandant aux élèves de concevoir un plan, de mettre en œuvre celui-ci, puis de se valider. À cet effet, mon expérience à titre de superviseur de stage dans les classes du primaire de l'Abitibi-Témiscamingue m'a permis de voir qu'un nombre important de pédagogues utilisent cette démarche dans leur enseignement. Par ailleurs, en questionnant les élèves, il m'a été mentionné que cette démarche ne plait pas à tous. À ce sujet, certains élèves affirment qu'ils ne se sentent pas tout à fait à l'aise avec la démarche proposée. En effet, il peut être difficile d'actualiser une pensée mathématique au sein d'un cadre bien circonscrit. De plus, comme entendu par Brousseau (2004), l'utilisation de cette démarche d'enseignement peut engendrer un phénomène de glissement métacognitif dans le sens où il est possible que le pédagogue focalise

sur l'idée de remplir des cases d'un tableau préconstruit au lieu de privilégier un enseignement de la résolution de problèmes dans un contexte signifiant.

–

La boite à outils de l'enseignant

Ce constat concernant l'adoption de la démarche de type « Ce que je sais, ce que je cherche » m'a amené à m'approprier les principales stratégies alternatives pouvant être utilisées par les pédagogues afin d'enseigner la résolution de problèmes. À cet effet, la typologie de Small (2008) constitue un atout de prédilection à la boite à outils de tout enseignant œuvrant au Québec. L'objet de cet article consiste à présenter les stratégies proposées par Small (2008) en fonction d'une hiérarchie composée de cinq niveaux de complexité grandissante.

1	**Reproduire par le jeu.** **Se servir de représentations concrètes.** **Dessiner.** **Procéder par essais et erreurs.**
2	Reproduire par le jeu. Se servir de représentations concrètes. Dessiner. Procéder par essais et erreurs. **Chercher une régularité.**
3	Reproduire par le jeu. Se servir de représentations concrètes. Dessiner. Procéder par essais et erreurs. Chercher une régularité. **Écrire une équation.** **Faire un tableau ou un diagramme.** **Résoudre un problème plus simple.**
4	Reproduire par le jeu. Se servir de représentations concrètes. Dessiner. Procéder par essais et erreurs. Chercher une régularité. Écrire une équation. Faire un tableau ou un diagramme. Résoudre un problème plus simple. **Envisager toutes les possibilités.** **Penser aux cas particuliers.** **Préparer une liste ordonnée.** **Travailler à rebours.** **Raisonner logiquement.**
5	Reproduire par le jeu. Se servir de représentations concrètes. Dessiner. Procéder par essais et erreurs. Chercher une régularité. Écrire une équation. Faire un tableau ou un diagramme. Résoudre un problème plus simple. Envisager toutes les possibilités. Penser aux cas particuliers. Préparer une liste ordonnée. Travailler à rebours. Raisonner logiquement. **Changer d'optique.**

Fig. 2 - *Les stratégies de résolution de problèmes de Small (2008) et les niveaux de complexité*

–

En référence à la figure 2, les stratégies présentées en gras s'ajoutent progressivement à celles développées dans les niveaux précédents. Cette distinction entre les niveaux ne signifie pas pour autant un ordre rigoureux de présentation, mais plutôt une progression logique qui peut inspirer tout pédagogue.

–

Stratégies de niveau 1

Les élèves qui effectuent leurs premiers pas en résolution de problèmes comprennent de manière intuitive. Les élèves de ce niveau sont disposés à prendre des risques et il importe de les encourager à aller de l'avant dans les tâches proposées par l'enseignant. Les stratégies de niveau 1 sont les suivantes : reproduire par le jeu, utiliser des représentations concrètes, dessiner et procéder par essais et erreurs. Le tableau suivant (voir page suivante) synthétise ces quatre premières stratégies.

Tableau 3: Stratégies de premier niveau permettant de résoudre des problèmes.	
Reproduire par le jeu	Cette stratégie consiste à demander aux élèves de reproduire réellement par le jeu un problème.
Se servir de représentations concrètes	À la différence de la stratégie consistant à reproduire par le jeu, cette stratégie implique que l'élève représente le problème en utilisant du matériel.
Dessiner	Cette stratégie implique que l'élève réalise une représentation imagée du problème afin de s'approprier celui-ci.
Essais et erreurs	En utilisant cette stratégie, l'élève émet une supposition, puis il valide celle-ci en élaborant un raisonnement mathématique qu'il doit démontrer.

–

Niveau 2

Lorsque le niveau de compréhension de l'élève est plus avancé, celui-ci optera pour la recherche de régularité au lieu de mettre en œuvre des stratégies à caractère intuitif. Conséquemment, la stratégie de niveau 2 consiste à rechercher une régularité afin de résoudre un éventail élargi de problèmes. Telle que mentionnée par Rajotte (2015), la recherche de régularité constitue un premier pas vers l'apprentissage de l'algèbre.

–

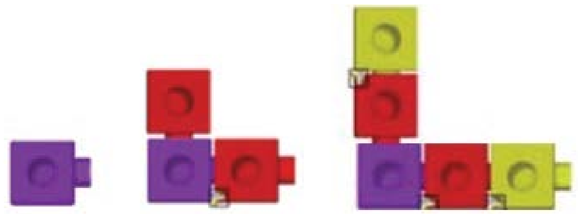

Fig. 3 - *Exemple de tâche de régularité proposée par Rajotte (2015)*

Niveau 3

L'appropriation de stratégies de niveau 3 permet à la fois à l'élève de résoudre un nombre élargi de problèmes et de résoudre ceux-ci de manière plus efficiente. En fait, les stratégies de niveau 3 permettent de résoudre plus rapidement les problèmes présentés aux élèves. En référence à la hiérarchie de Small (2008), les stratégies relevant de ce niveau correspondent à l'écriture d'une équation, à la réalisation d'un tableau ou à la résolution d'un problème plus simple. Par l'utilisation d'un tableau, l'exemple suivant permet de traduire l'efficacité des stratégies de niveau 3.

–

Roberto a 0,50$ en pièces de 0,25$, de 0,10$et de 0,05$. Il a au moins une pièce de chaque sorte. Combien de pièces peut-il avoir?

0,25$	0,10$	0,05$	Nombre de pièces
1 (0,25$)	2 (0,20$)	1 (0,05$)	4
1 (0,25$)	1 (0,10$)	3 (0,15$)	5

En renvoyant à l'exemple ci-dessus, l'utilisation d'une stratégie de niveau 3 permet de procéder rapidement et de relever deux solutions au problème présenté. Autrement, il aurait été fastidieux de dessiner ou d'utiliser du matériel concret afin de résoudre ce problème.

–

Niveau 4

Le quatrième niveau se caractérise par la mise en place d'un raisonnement logique. Cinq stratégies de résolution de problèmes relèvent de ce niveau. Celles-ci sont présentées de manière synthétisée dans le tableau 3.

Tableau 4: Stratégies de quatrième niveau permettant de résoudre des problèmes	
Envisager toutes les possibilités	Afin de s'assurer qu'il tient compte de toutes les facettes du problème, l'élève envisage une diversité de possibilités.
Penser aux cas particuliers	Ici, l'élève réfléchit aux cas particuliers au lieu de réfléchir à l'ensemble des possibilités.
Préparer une liste ordonnée	L'élève dresse une liste de cas possibles lorsqu'il doit résoudre un problème impliquant plusieurs solutions.
Travailler à rebours	L'élève part des dernières données du problème et revient pas à pas pour retracer les données initiales.
Raisonner logiquement	Acceptation ou rejet d'une conjecture (énoncé qui n'est pas encore confirmé ou réfuté) par le biais du raisonnement.

–

Niveau 5

La dernière stratégie demande à l'élève de traiter le problème en adoptant un niveau d'abstraction approfondi. La dernière stratégie, qui consiste à changer d'optique, peut être enseignée aux élèves plus performants qui aiment les défis sous-jacents à la résolution de problèmes.

–

L'exemple suivant de Small (2008) démontre qu'il est parfois préférable d'adopter une autre méthode.

Énoncé: Combien de nombres à 3 chiffres contiennent au moins un chiffre plus petit que 8?

Solution possible: L'élève peut d'abord déterminer les nombres à 3 chiffres contenant le chiffre 8 ou un chiffre plus grand:

- La quantité de nombres à 3 chiffres (100 à 999) correspond à 900;
- Les nombres à 3 chiffres qui contiennent seulement le chiffre 8 (ou un chiffre plus grand, ils sont moins nombreux): 888, 889, 898, 899, 988, 989, 998, 999;
- La quantité de chiffres contenant seulement le chiffre 8 ou un chiffre plus grand s'élève à 8;
- La quantité de nombres à 3 chiffres dont au moins un chiffre est plus petit que 8 équivaut à 900 − 8 = 892.

Conclusion

L'enseignement et l'apprentissage de la résolution de problèmes constituent un défi d'ampleur qui appelle une mobilisation de différents acteurs qui œuvrent en éducation. L'enjeu de ce défi consiste à développer la capacité de l'élève à résoudre des problèmes variés, et ce, afin de lui permettre de réaliser des tâches de plus en plus complexes. À ce sujet, cet article met en lumière le fait que les pédagogues du Québec enseignent de nombreuses stratégies de résolution de problèmes aux élèves. À cet effet, la trousse à outils que nous avons proposée, qui est composée de cinq niveaux, rappelle lesquels sont à privilégier pour assurer une meilleure compréhension.

Références

- Brousseau, G. (2004). *Théorie des situations didactiques : didactiques des mathématiques 1970-1990.* Grenoble: La Pensée Sauvage.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards of School Mathematics.* Reston: NCTM.
- Polya, G. (1945). *How to solve it.* Princetown: Princetown University Press.
- Rajotte, T. (2015). Pour un succès en mathématiques au secondaire: de simples choix qui peuvent faire tout une différence dès le primaire! *Vivre le primaire, 28*(1), 60-61.
- Small, M. (2008). *Sens des nombres et des opérations : Connaissances et stratégies.* Mont-Royal: Groupe Modulo.